

Un pendule de torsion est obtenu en fixant le point milieu d'une tige homogène AB de moment d'inertie J_{Δ} au milieu M d'un fil de torsion de longueur ℓ , tandis que les extrémités A et B du fil sont fixées à deux supports fixes, ainsi la tige peut-elle tourner dans un plan horizontal autour d'un axe passant par AB comme l'indique la figure ci-dessous.

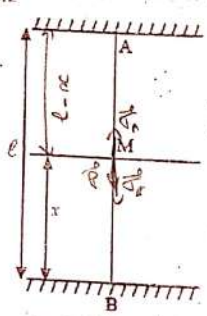
La tige se trouve à une distance x de l'extrémité B du fil. La tige est déviée autour d'AB, à partir de sa position d'équilibre, d'un angle θ , dans le plan horizontal puis libérée sans vitesse à un instant pris comme origine des temps $t_0=0$.

Sachant que la constante de torsion C du fil est inversement proportionnelle à sa longueur $C = \frac{\alpha}{\ell}$.

Avec α , la constante de proportionnalité qui reste invariable même si la longueur du fil change.

À un instant t , au cours du mouvement, la tige fait un angle θ avec la position d'équilibre.

Dans ce problème, on peut considérer la tige suspendue à deux fils de torsion de longueurs respectives x et $\ell - x$.



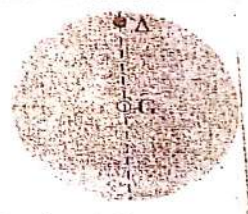
1- Montrer que l'équation différentielle du mouvement de la tige dans un repère terrestre considéré galiléen, s'écrit : $\ddot{\theta} + \frac{\ell^2 C}{x \cdot (\ell - x) \cdot J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$.

2- Déterminer l'expression de la période propre T du mouvement de la tige en fonction de ℓ , x et T_0 la période propre du mouvement de la tige si elle est fixée à un seul fil de torsion de constante de torsion C .

3- Montrer que la période T atteint une valeur maximale pour une distance x qu'on déterminera.

~~Essai quelle valeur de x la période est max~~

Un disque de rayon $R = 40$ cm, de masse m et d'épaisseur négligeable par rapport à son rayon est susceptible de tourner autour d'un axe horizontale comme le montre la figure ci-contre.



On l'écarte de sa position d'équilibre et on le laisse osciller librement. La mesure au chronomètre de la durée de 10 oscillations donne $\Delta t = 9,0$ s.

- 1- Le disque constitue-t-il un pendule pesant ?
- 2- Peut-on l'assimiler à un pendule simple ?
- 3- La période des oscillations du disque se calcule par la relation

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m \cdot g \cdot R}}$$

dans laquelle J_{Δ} est le moment d'inertie du disque

en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$. Vérifier par analyse dimensionnelle que $\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m \cdot g \cdot R}}$ a la dimension d'une durée.

- 4- Calculer la longueur ℓ du pendule simple qui oscille avec la même période que le disque. Quelle relation simple lie R et ℓ ?
- 5- En comparant l'expression de T avec celle du pendule simple synchrones, exprimer J_{Δ} en fonction de m et R .

Donnée : $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Physique :2

On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $H = 80 \text{ m}$; $D = 1 \text{ km}$ et $\alpha = 30^\circ$; $\alpha_1 = 30^\circ$ et $\alpha_2 = 45^\circ$

1. Un canon lance un projectile de masse m , supposé ponctuel, avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale à partir d'un point M_0 situé à la hauteur H au-dessus du niveau de la mer.

Le mouvement du projectile est étudié dans le repère (OX, OY) de plan vertical, d'origine O et de vecteurs unitaires \vec{i} et \vec{j} (figure 1). L'axe horizontal OX est pris sur le niveau de la mer. Dans toute la suite on néglige l'action de l'air.

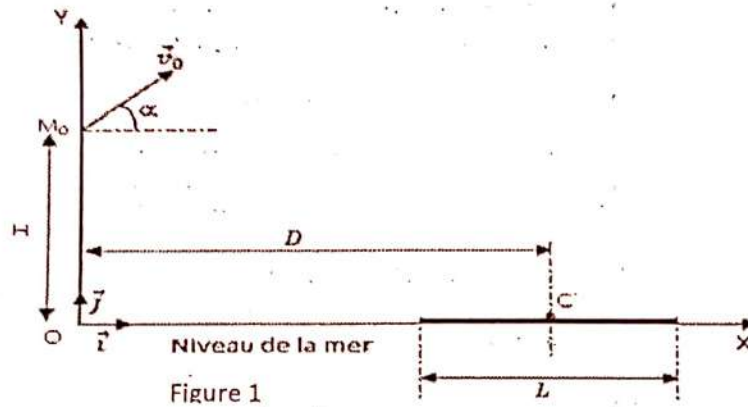


Figure 1

1.1. Faire le bilan des forces appliquées au projectile puis déterminer les composantes de l'accélération du mouvement.

1.2. En déduire les composantes du vecteur vitesse \vec{V} du projectile et celles du vecteur position \overline{OM} à chaque instant en fonction V_0 , g et H .

1.3. Le projectile tombe en un point C centre d'un bateau tel que $OC = D$.

a) Trouver l'expression du temps de vol t_1 mis par le projectile pour atteindre le point C en fonction de D , V_0 et α .

b) Donner, en fonction de α ; g , H et D , l'expression de V_0 pour qu'il tombe effectivement au point C . Faire l'application numérique.

c) Etablir l'expression de la hauteur maximale h_m atteinte par le projectile par rapport au niveau de la mer en fonction de D , H et α .

2. Le projectile est maintenant lancé à partir du point O origine du repère avec un vecteur-