



Thème(s) abordé(s) :

E11 : étude de la fonction transmission de puissance entre deux arbres parallèles

I - INTRODUCTION :

Les transmissions par engrenages entre deux (ou plus) arbres sont les transmissions les plus utilisées. Elles présentent de très nombreux avantages : nombreuses possibilités d'utilisation, excellentes fiabilité et longévité, très bons rapports puissance/coût et puissance/encombrement.

II : PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU PROBLÈME :

La transmission de l'énergie mécanique entre deux (ou plus) arbres relativement proches, animés de mouvements de rotation, est assurée par un engrenage comportant toujours au moins deux éléments :

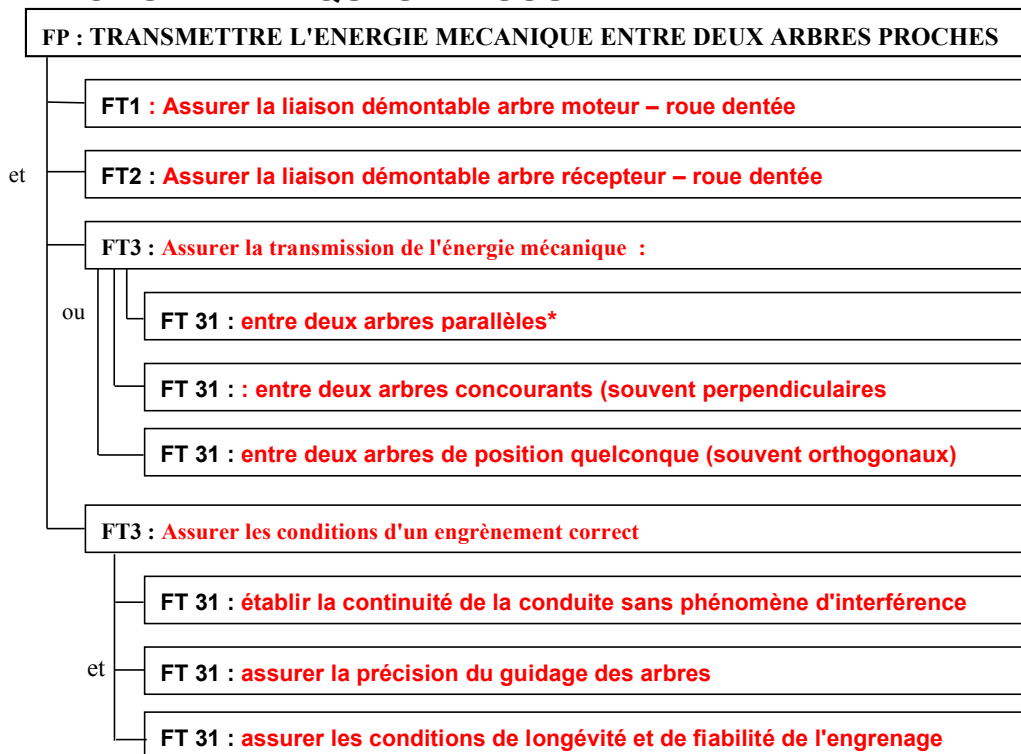
- une roue dentée de la plus petite taille désignée sous le terme de **pignon**,
- une roue dentée identique ou plus grande désignée sous le terme de **roue dentée**.



Rapport de transmission

Rendement :

III : LES FONCTIONS TECHNIQUES À ASSURER :

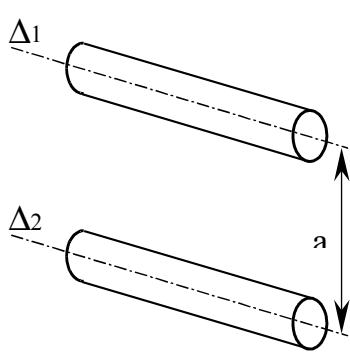
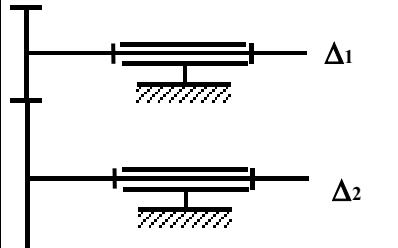
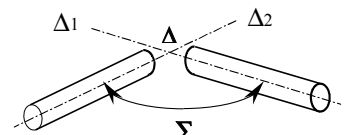
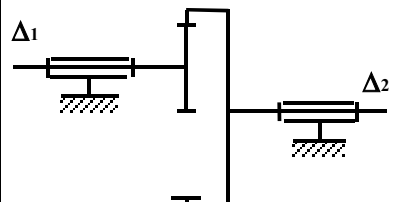
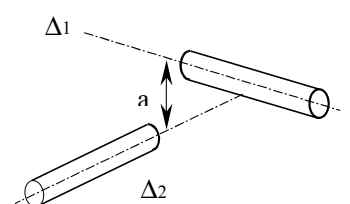
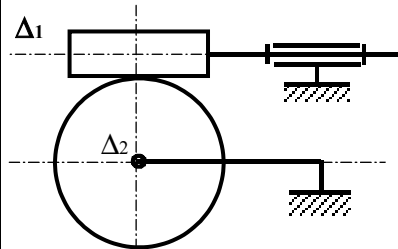


* Ce cas comporte également la transmission de puissance par pignon – crémaillère puisque la crémaillère est considérée comme une roue dentée de rayon infini. Dans ce cas, il y a transformation d'un mouvement de rotation en mouvement de translation avec réversibilité.

IV : LA TYPOLOGIE DES ENGRENAGES :

Les engrenages sont classés en différentes catégories caractérisées par :

- la position relative des axes des arbres d'entrée et de sortie ;
- la forme extérieure des roues dentées ;
- le type de denture.

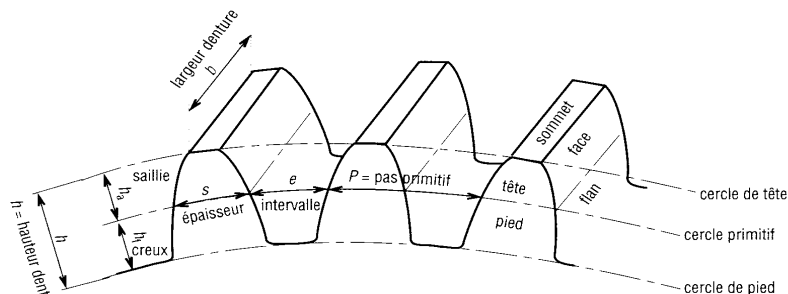
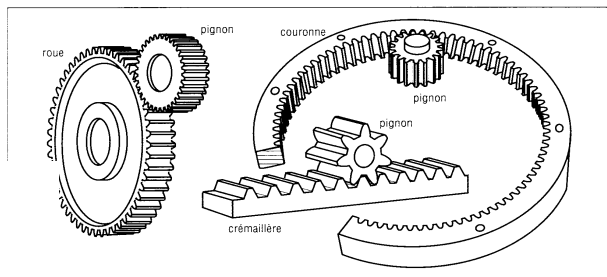
Position relative des axes	Type d'engrenage	Schéma de principe	Rapport de transmission
<p>Δ_1 et Δ_2 parallèles</p> 			
<p>Δ_1 et Δ_2 perpendiculaires et concourants</p> 			
<p>Δ_1 et Δ_2 perpendiculaires et non concourants</p> 			

V : LES PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES TRANSMISSIONS PAR ENGRENAGES :

AVANTAGES	INCONVÉNIENTS
<ul style="list-style-type: none"> ● Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées. ● Transmission à rapport rigoureusement constant (transmission synchrone). ● Transmission parfaitement homocinéétique. ● Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres. ● Bon rendement général, suivant classe de qualité. ● Durée de vie importante. ● Bonne fiabilité. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Nécessité d'un entraxe précis et constant. ● Niveau sonore variable suivant type d'engrenage. ● Transmission des à-coups et vibrations. ● Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide. ● Réversibilité possible suivant type d'engrenage. ● Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité.

VI : LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE DROITE :

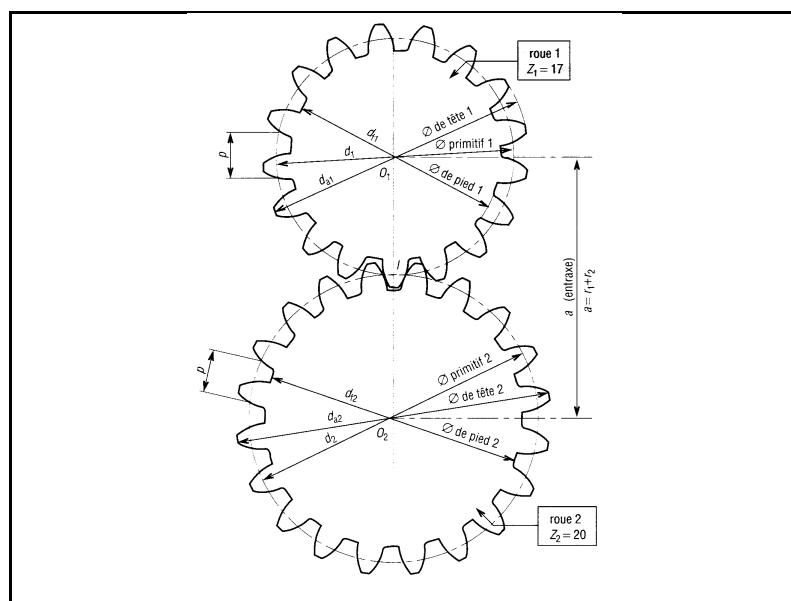
VI - a : Définitions, terminologie :



VI – b : Tableau des principales caractéristiques d'une roue à denture droite

Désignation	Symbole	Valeur
Module		déterminé par un calcul de résistance des matériaux
Nombre de dents		nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
Pas		
Saillie de la dent	h_a	$h_a = m$
Creux de la dent	h_f	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de la dent	h	$h = 2,25 m$
Largeur de denture	b	$b = k m$ (k compris entre 8 et 10, souvent 10)
Diamètre primitif		
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 h_a = m (Z + 2)$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2 h_f = m (Z - 2,5)$
Entraxe de l'engrenage		
Angle de pression	α	Généralement $\alpha = 20^\circ$

VI – c : Exemple de détermination des caractéristiques :



Caractéristiques	Roue 1	Roue 2
m	4 mm	4 mm
Z	17 dents	20 dents
P		
h_a		
h_f		
h		
b		
d		
d_a		
d_f		
a		
α	20°	20°
i		

Le module se détermine par deux relations prenant en compte de nombreux facteurs : type de denture, matériaux utilisés, traitements thermiques adoptés, rapport de transmission, nombre de dents, vitesse périphérique, facteurs de services, etc.

Une première relation permet de calculer le module à la limite de l'usure admissible pour l'engrenage.

Une deuxième relation permet de calculer le module à la rupture de l'engrenage.

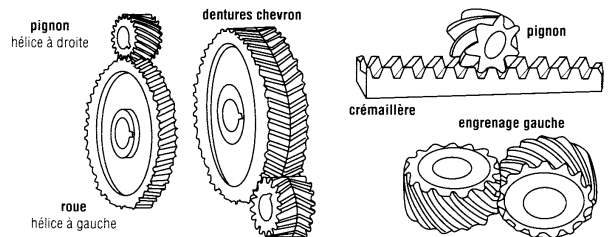
Valeurs normalisées du module m									
valeurs principales en mm					valeurs secondaires en mm				
0,06	0,25	1,25	5	20	0,07	0,28	1,125	5,5	22
0,08	0,30	1,5	6	25	0,09	0,35	1,375	7	28
0,10	0,40	2	8	32	0,11	0,45	1,75	9	36
0,12	0,50	2,5	10	40	0,14	0,55	2,75	11	45
0,15	0,75	3	12	50	0,18	0,7	3,5	14	55
0,20	1,0	4	16	60	0,22	0,9	4,5	18	70

VI – d : Caractéristiques et propriétés du profil en développante de cercle :

Le profil en développante de cercle est le plus utilisé ; il est insensible aux variations d'entraxes et son usinage est relativement simple.

Le profil cycloïdal, également utilisé est surtout employé en micromécanique.

VII : LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE HÉLICOÏDALE :

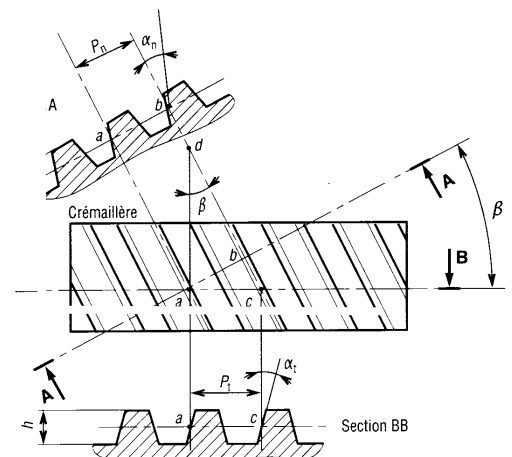


VII – a : Éléments de comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> • Transmission plus progressive et sans à-coups • Transmission avec vibrations moins importantes • Transmission de couples importants sous fréquences de rotation élevées • Niveau sonore réduit • Durée de vie plus importante • Réalisation possible de tout entraxe avec une grande précision 	<ul style="list-style-type: none"> • Présence d'efforts axiaux dans la denture se répercutant sur les paliers • Rendement légèrement inférieur • Engrènement par baladeur impossible : les roues doivent toujours rester en prise.

VII – b : Les éléments caractéristiques des dentures hélicoïdales :

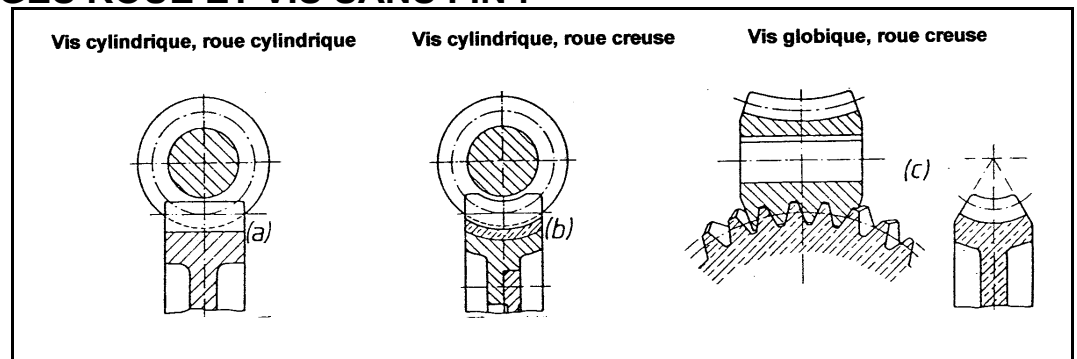
β : angle d'hélice
 p_t : pas apparent
 p_n : pas réel



VII – c : Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale

Désignation	Symbole	Valeur
Angle d'hélice		Valeur comprise entre 15° et 30°
Sens de l'hélice		Si le pignon à une hélice à gauche, la roue aura une hélice à droite
Nombre de dents	Z	Nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
Module réel	m_n	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux et choisi parmi les valeurs normalisées
Pas réel	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
Module apparent	m_t	$m_t = m_n / \cos \beta$
Pas apparent	p_t	$p_t = \pi \cdot m_t$
Diamètre primitif		
Entraxe de l'engrenage		
Angle de pression		Généralement, $\alpha = 20^\circ$

VIII : LES ENGRENAGES ROUE ET VIS SANS FIN :



VII – a : Caractéristiques de la transmission par roue et vis sans fin :

La transmission est réalisée à l'aide d'une vis à un ou plusieurs filets de forme trapézoïdale engrenant avec une roue cylindrique à denture hélicoïdale. La vis et la roue ont des sens d'inclinaison identiques. Le frottement important établi au contact roue et vis entraîne les conséquences décrites dans le tableau suivant :

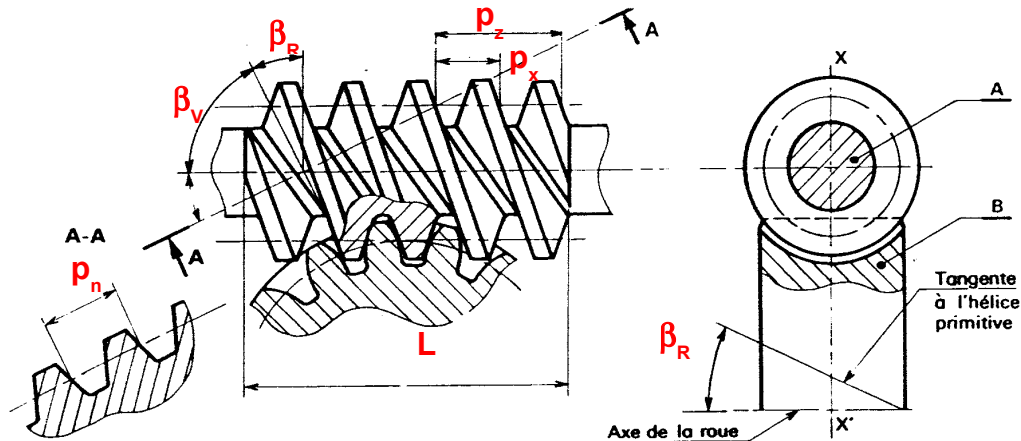
Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> • Transmission sans à-coups ni vibrations. • Niveau sonore le plus faible des engrenages. • Transmission de couples importants sous fréquence de rotation élevées • Durée de vie plus importante • Irréversibilité très fréquente • Rapport de transmission très important sous un encombrement très réduit. 	<ul style="list-style-type: none"> • Un rendement plus faible que pour les autres types d'engrenages : $0,3 < \eta < 0,8$. • La nécessité de retenir des matériaux à faibles facteurs de frottement : acier / bronze dur. • Échauffement lors du fonctionnement continu en charge. • Nécessité absolue d'une lubrification abondante, souvent par huile. • Présence d'un effort axial très important sur la vis se répercutant sur les paliers de guidage.

VIII – b : Irréversibilité du système roue et vis sans fin :

Si la vis peut toujours entraîner la roue, l'inverse n'est qu'exceptionnellement possible.

Cette propriété est très souvent utilisée pour certains mécanismes de levage et pour les réducteurs.

VIII – c : Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale

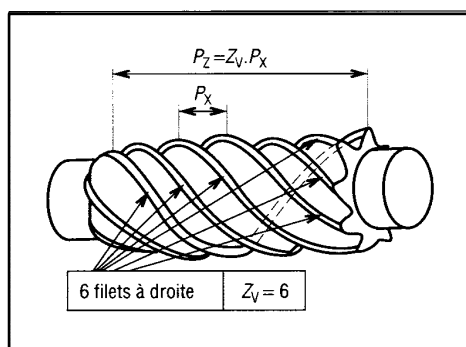


Caractéristiques de la vis :

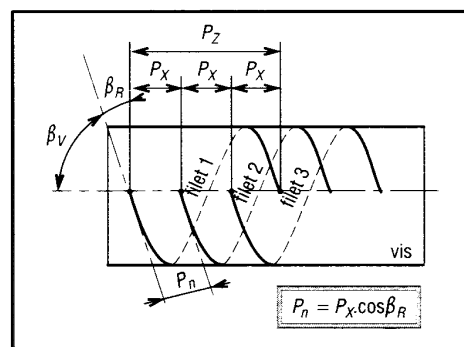
Désignation	Symbole	Valeur
Nombre de filets	Z_V	
Angle d'hélice	β_V	Fonction de la réversibilité de la transmission
Sens de l'hélice		
Module réel	m_n	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux
Module axial	m_z	$m_z = m_n / \cos \gamma_{vis}$
Pas réel	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
Pas axial	p_x	$p_x = p_n / \cos \gamma_{vis}$
Pas de l'hélice	p_z	$p_z = p_x \cdot Z_{vis}$
Diamètre primitif	d	$d = p_z / \pi \cdot \tan \gamma_{vis}$
Diamètre extérieur	d_a	$d_a = d + 2 m_n$
Diamètre intérieur (ou du noyau)	d_f	$d_f = d - 2,5 m_n$
Longueur de la vis	L	$L = 5 p_x$ environ

Caractéristiques de la roue :

Désignation	Symbole	Valeur
Mêmes caractéristiques que pour une roue cylindriques à denture hélicoïdale		
Rapport de transmission	i	
Entraxe	a	

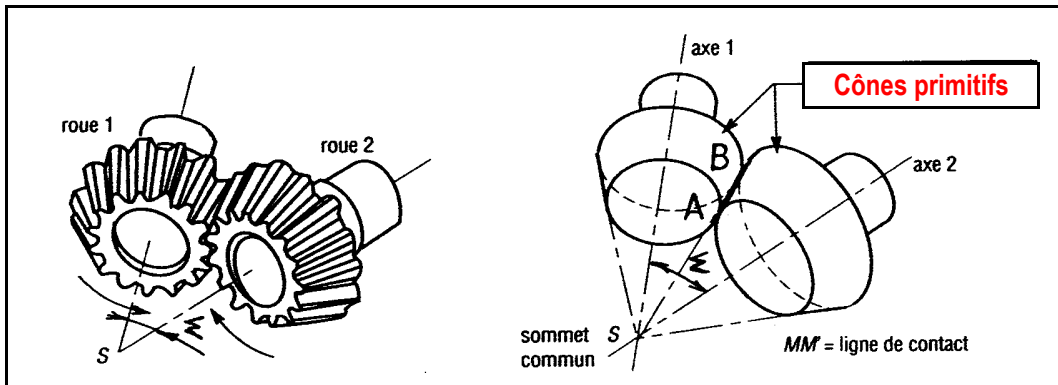


Cas d'une vis à six filets.



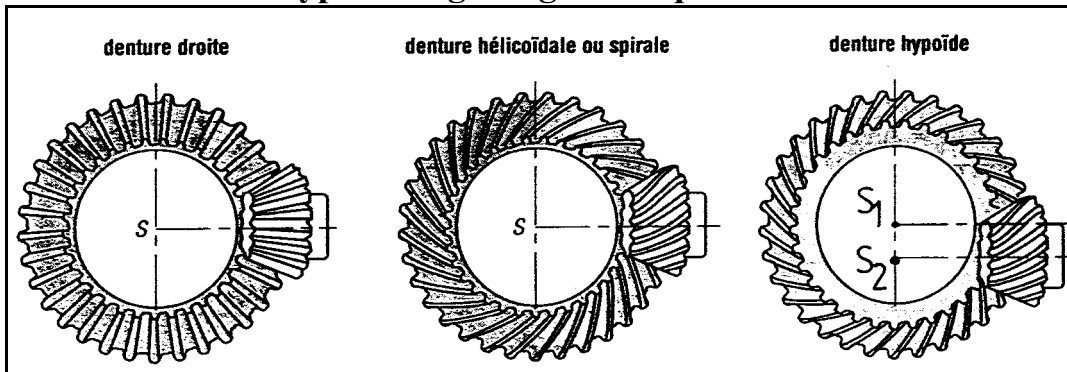
Position des filets dans le cas d'une vis à trois filets.

IX : LES ENGRENAGES CONIQUES OU À AXES CONCURRENTS :

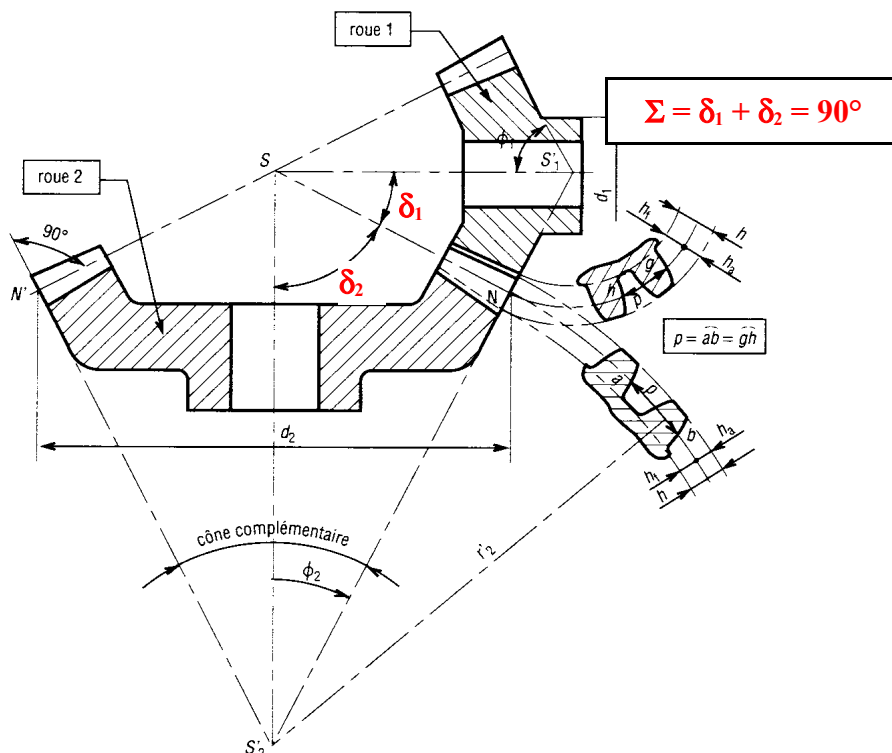


La transmission est réalisée à l'aide de deux roues dentées coniques dont les axes sont généralement concurrents et forment un angle Σ (SIGMA). De très nombreuses dentures sont disponibles avec ce type d'engrenage. Le rapport de transmission est fonction du nombre de dents mais également des angles primitifs des deux roues.

IX – a : Les différents types d'engrenages coniques :



IX – b : Caractéristiques des engrenages coniques à denture DROITE :



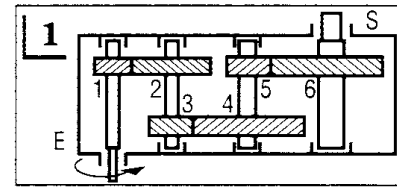


Désignation	Symbole	Valeur
Module	m	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux
Nombre de dents	Z	Nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
Pas	p	$p = \pi \cdot m$
Angle entre les arbres	Σ	fonction de l'architecture du système
Rapport de transmission	i	$i = N_1 / N_2 = \omega_1 / \omega_2 = Z_2 / Z_1 = d_2 / d_1$
Diamètre primitif	d	$d = m \cdot Z$
Angle primitif	δ	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2 = N_2 / N_1 \quad \tan \delta_2 = Z_2 / Z_1 = N_1 / N_2$
Saillie de la dent	h_a	$h_a = m$
Creux de la dent	h_f	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de la dent	h	$h = 2,25 m$
Épaisseur de la dent	s	$s = p / 2 = \pi \cdot m / 2$
Intervalle de la dent	e	$e = p / 2 = \pi \cdot m / 2$
Largeur de denture	b	$b = k m$ (k compris entre 8 et 10, souvent 10)
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 h_a \cdot \cos \delta = m (Z + 2 \cos \delta)$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2 h_f \cdot \cos \delta = m (Z - 2,5 \cos \delta)$
Angle de pression	α	Généralement, $\alpha = 20^\circ$
Etc		

EXERCICES D'APPLICATION

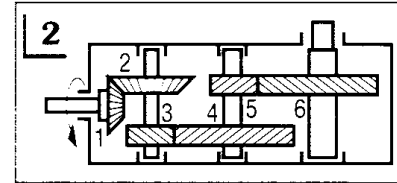
Exercice 1

Le réducteur représenté schématiquement se compose de trois trains d'engrenages à roues hélicoïdales ($Z_1 = 32$, $Z_2 = 64$, $Z_3 = 25$, $Z_4 = 80$, $Z_5 = 18$, $Z_6 = 50$ dents). Si $n_1 = 1\ 500$ tr/min, déterminer la vitesse de sortie n_6 et le sens de rotation.



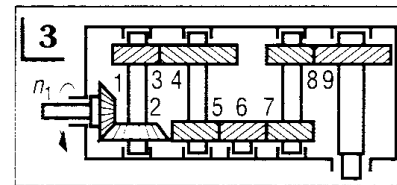
Exercice 2

Le réducteur spiroconique à trois trains proposés a les caractéristiques suivantes : $Z_1 = 26$, $Z_2 = 52$, $Z_3 = 26$, $Z_4 = 82$, $Z_5 = 18$, $Z_6 = 48$ dents. Si $n_1 = 1\ 500$ tr/min, déterminer la vitesse de sortie n_6 et le sens de rotation.



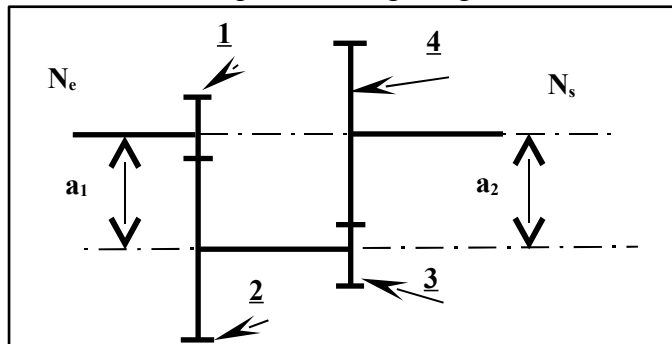
Exercice 3

Le réducteur spiroconique proposé a les caractéristiques suivantes : $Z_1 = 32$, $Z_2 = 40$, $Z_3 = 18$, $Z_4 = 72$, $Z_5 = 22$, $Z_6 = 24$, $Z_7 = 30$, $Z_8 = 17$ et $Z_9 = 34$ dents. Si $n_1 = 1\ 500$ tr/min, déterminer la vitesse de sortie n_9 et le sens de rotation.



Exercice 4

Le schéma ci-dessous représente la transmission par deux engrenages dans le réducteur d'un tambour moteur :



1 : Complétez le tableau ci-dessous en déterminant les rapports i_1 , i_2 et i . Vérifiez si les entraxes a_1 et a_2 des deux engrenages sont identiques.

Repères	Nombre de dents Z	Module m	Rapports	Rapport i	Entraxes
Pignon 1	17	1,5	$i_1 =$	$i =$	$a_1 =$
Roue 2	89				$a_2 =$
Pignon 3	21	3	$i_2 =$		
Roue 4	32				

2 : Le réducteur du tambour - moteur est maintenant doté d'engrenages à denture hélicoïdale.

Pour des raisons économiques, il est impératif de conserver les mêmes valeurs pour le rapport de transmission général i et pour les entraxes a_1 et a_2 .

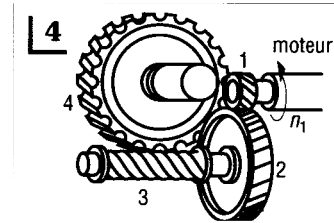
Complétez le tableau ci-dessous en déterminant les rapports i_1 , i_2 et i . Concluez.

Repère	Nombre de dents Z	Module m_n	Angle d'hélice β	Rapports	Rapport i	Entraxes
Pignon 1	18	1,5	23,81°	$i_1 =$	$i =$	$a_1 =$
Roue 2	79					$a_2 =$
Pignon 3	18	3	15,79°	$i_2 =$		
Roue 4	33					

Exercices d'APPLICATION

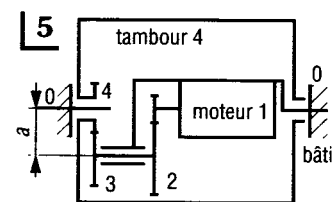
Exercice 5

Le réducteur à axes orthogonaux se compose de deux roues hélicoïdales ($Z_1 = 24$, $Z_2 = 84$ dents) et d'un système roue et vis sans fin (vis 3 à 4 filets, $Z_4 = 36$ dents). Indiquer, d'après la figure, le sens des hélices de toutes les roues et vis. Calculer le rapport global de réduction et la vitesse de sortie n_4 si $n_1 = 1\,500$ tr/min.



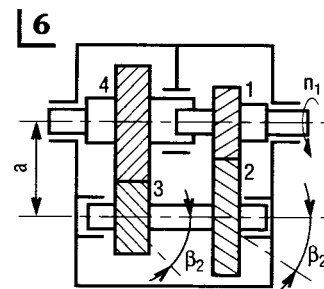
Exercice 6

Le tambour moteur de tapis roulant proposé schématiquement a les caractéristiques suivantes : $n_1 = 1\,500$ tr/min, deux trains à dentures droites, $Z_4 = 40$, $Z_2 = 67$, rapport de réduction $[n_4/n_1 = 0,1\,015]$, entraxe commun $a = 42$ mm et module du couple de roues (3-4) $m_2 = 1,5$ mm. Déterminer Z_3 , Z_1 et le module m_1 du couple de roue (1,2).



Exercice 7

Le réducteur à deux trains d'engrenages hélicoïdaux proposé présente la particularité d'avoir l'arbre d'entrée coaxial à l'arbre de sortie. Engrenage (1,2) : $Z_1 = 30$, $Z_2 = 60$, angle d'inclinaison de l'hélice $\beta_1 = 30^\circ$, module normal $m_n = 5$ mm. Engrenage (3,4) : $Z_3 = 22$, $Z_4 = 35$, module normal 8 mm. Si l'entraxe est le même pour les deux engrenages, déterminer l'angle de l'hélice β_2 du deuxième train. Calculer le rapport de la transmission et la valeur de n_4 si $n_1 = 1\,500$ tr/min. Préciser le sens de rotation.



Exercice 8

Le vérin à vis proposé schématiquement est utilisé pour lever une charge : engrenage roue et vis couplé avec un système vis-écrou. La vis de levage 4 (pas 8 mm, filet à droite, ne peut pas tourner : $n_4 = 0$) est entraînée en translation verticale à la vitesse V par l'écrou 3 solidaire de la roue 2 (25 dents). Le mouvement moteur est fourni par la vis sans fin 1 (un filet à gauche). Si $n_1 = 1\,500$ tr/min, déterminer la vitesse V (en m/s) de sortie de la vis 4.

